

Analyse des erreurs des élèves dans la résolution des équations et l'étude des fonctions du Second degré : étude de cas dans les classes de 2^e Scientifiques des écoles secondaires de la Ville de Goma en République Démocratique du Congo

MAHUBIRI KONDJIO Robert*

Résumé

Cet article analyse les erreurs commises par les élèves de 2^e Scientifiques des écoles secondaires de la ville de Goma lors de l'apprentissage des équations et des fonctions du second degré. S'appuyant sur une approche qualitative et une analyse descriptive, l'étude identifie les principales catégories d'erreurs : procédurales, conceptuelles, sémiotiques et interprétatives. Les résultats montrent une prédominance des erreurs procédurales, tout en mettant en évidence des difficultés importantes liées à la compréhension du discriminant, à la détermination du sommet de la parabole, à l'articulation entre les représentations algébriques et graphiques ainsi qu'à l'interprétation des solutions. Ces erreurs sont interprétées comme des indicateurs d'obstacles d'apprentissage plutôt que comme de simples fautes de calcul. L'étude conclut sur la nécessité de renforcer les approches didactiques centrées sur la compréhension conceptuelle, les représentations multiples et l'analyse des raisonnements des élèves.

Mots-clés : *Équations du second degré, Fonctions quadratiques, Analyse des erreurs, Didactique des mathématiques, Apprentissage, Enseignement secondaire.*

Abstract

This article analyzes the errors made by second-year science students in secondary schools in the city of Goma during the learning of quadratic equations and quadratic functions. Based on a qualitative approach and descriptive analysis, the study identifies the main categories of errors : procedural, conceptual, semiotic, and interpretative. The findings reveal the predominance of procedural errors while also highlighting significant difficulties related to understanding the discriminant, determining the vertex of the parabola, coordinating algebraic and graphical representations, and interpreting the meaning of the obtained solutions. These errors are interpreted as indicators of underlying learning obstacles rather than mere computational mistakes. The study concludes by

* Assistant, Enseignant à l'*Institut Supérieur Pédagogique – ISP – de Matanda*, E-mail : mahubirikondjo@gmail.com, Téléphone : +243 97 30 57 165.

emphasizing the need for teaching approaches that focus more strongly on conceptual understanding, multiple representations, and the analysis of students' mathematical reasoning.

Keywords : *Quadratic equations, Quadratic functions, Error analysis, Mathematics education, Learning, Secondary education.*

I. Introduction

L'enseignement des mathématiques au secondaire joue un rôle déterminant dans la formation intellectuelle des élèves. Il développe la rigueur logique, favorise l'abstraction, structure la pensée et prépare l'apprenant à des situations dans lesquelles la modélisation, le raisonnement et l'interprétation sont nécessaires. Dans cette perspective, le second degré occupe une place particulière. Il ne s'agit pas seulement d'un chapitre du programme, mais d'un ensemble de notions qui cristallisent plusieurs dimensions des mathématiques scolaires : le calcul littéral, la résolution d'équations, l'étude des fonctions, la représentation graphique et l'interprétation de résultats dans des situations variées.

Les équations du second degré et les fonctions quadratiques sont au croisement de plusieurs apprentissages ultérieurs. Elles préparent à l'analyse, à la géométrie analytique, à la physique et à différentes formes de modélisation. Pourtant, cette richesse théorique s'accompagne d'une difficulté didactique réelle. Dans les classes, beaucoup d'élèves semblent retenir certaines procédures sans parvenir à en maîtriser la logique profonde. Ils appliquent des règles, mais les enchaînements mathématiques qui donnent sens à ces règles restent partiellement obscurs.

La littérature moderne confirme le caractère récurrent de ces difficultés. Une synthèse des travaux empiriques sur l'enseignement et l'apprentissage des équations quadratiques montre que les erreurs des élèves concernent fréquemment le calcul du discriminant, l'usage de la formule générale, la gestion des signes et l'interprétation des racines (Gustafsson, M., 2026). D'autres recherches consacrées aux fonctions quadratiques mettent en évidence des difficultés persistantes dans la détermination du sommet, l'étude du signe, l'orientation de la parabole et la lecture graphique (Ulpindo, A. M., 2025 ; Hord, C. 2025). Plusieurs travaux insistent sur la difficulté qu'éprouvent les élèves à coordonner plusieurs registres de représentation d'un même objet mathématique, notamment le

registre algébrique et le registre graphique (Ayeh, I. G., 2025). Cette revue de littérature trouve naturellement sa place dans l'introduction, car elle offre le cadre théorique qui permettra, dans la discussion, de comparer les résultats obtenus dans le contexte de Goma avec ceux signalés dans d'autres environnements d'enseignement.

Dans les écoles secondaires de la ville de Goma, ces difficultés prennent une forme concrète et quotidienne. Les enseignants de mathématiques relèvent dans les copies des élèves de 2^e Scientifiques des erreurs répétées dans la résolution des équations du second degré et dans l'étude des fonctions associées. Les apprenants confondent les signes dans le calcul du discriminant, utilisent mal la formule générale, oublient certains termes, déterminent incorrectement le sommet de la parabole, peinent à relier une expression algébrique à son graphique et éprouvent des difficultés à expliquer le sens d'une solution dans une situation contextualisée. Ces constats conduisent à considérer l'erreur non comme une simple faute à corriger, mais comme un révélateur des obstacles rencontrés par les élèves dans le processus d'apprentissage.

La problématique de cette recherche se formule ainsi de manière non interrogative : la persistance des erreurs commises par les élèves de 2^e Scientifiques dans la résolution des équations et dans l'étude des fonctions du second degré révèle des difficultés d'apprentissage d'ordre procédural, conceptuel, sémiotique et interprétatif. À partir de cette problématique, trois axes sous-jacents constituent le dénuement de l'analyse. Le premier porte sur l'identification des principales erreurs commises par les élèves dans la résolution des équations du second degré. Le deuxième concerne l'analyse des difficultés rencontrées dans l'étude des fonctions quadratiques. Le troisième vise à éclairer la manière dont les élèves et les enseignants perçoivent les obstacles liés à cet apprentissage. L'objectif général de l'article est d'analyser les erreurs commises par les élèves de 2^e scientifiques afin de mieux comprendre les difficultés d'apprentissage liées au second degré dans les écoles secondaires de Goma. Plus spécifiquement, il s'agit d'identifier les formes dominantes d'erreurs, d'en dégager la portée mathématique et didactique, de présenter les données de manière structurée et d'interpréter les résultats à la lumière de la littérature scientifique récente.

Cette étude présente un intérêt scientifique, pédagogique et social. Sur le plan scientifique, elle contribue à la didactique des mathématiques en abordant l'erreur comme indicateur de processus de pensée et d'obstacles d'apprentissage. Sur le plan

pédagogique, elle offre des éléments susceptibles d'orienter la remédiation et l'amélioration des pratiques d'enseignement. Sur le plan social, elle participe à la réflexion sur la qualité de la formation mathématique dans un contexte où les mathématiques jouent un rôle central dans la réussite scolaire et dans l'accès aux filières scientifiques.

II. Fondements mathématiques du second degré

L'analyse des erreurs scolaires gagne en profondeur lorsqu'elle s'appuie sur une compréhension rigoureuse des objets mathématiques concernés. Il ne suffit pas de constater qu'un élève se trompe; il faut encore comprendre à quel endroit précis de la structure du savoir cette erreur prend naissance. C'est pourquoi il est nécessaire de rappeler ici les fondements mathématiques du second degré, non comme un développement extérieur au sujet, mais comme une base permettant d'interpréter plus finement les productions des élèves.

Une équation du second degré à une inconnue réelle est de la forme

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$. Le fait que a soit non nul est essentiel, car il garantit la présence du terme quadratique. La résolution classique de cette équation s'organise autour du discriminant.

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

Cette quantité joue un rôle structurant, car elle permet de déterminer la nature des solutions.

Théorème 1. Soit l'équation

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ avec } a \neq 0.$$

Si $\Delta = b^2 - 4ac$, alors les solutions réelles éventuelles sont données par

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Démonstration. Partons de

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Comme $a \neq 0$, on divise par a :

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

On transpose le terme constant :

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}.$$

On complète le carré :

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2.$$

On obtient

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}.$$

Lorsque $\Delta \geq 0$,

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}},$$

d'où

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

□

Proposition 1. Pour l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, la nature des solutions réelles dépend du signe du discriminant :

— si $\Delta > 0$, il existe deux racines réelles distinctes ;

— si $\Delta = 0$, il existe une racine

réelle double ; — si $\Delta < 0$, il

n'existe aucune racine réelle.

Cette démonstration est importante du point de vue didactique, car elle montre que la formule générale n'est pas un objet arbitraire à mémoriser, mais le résultat d'un enchaînement logique précis. Lorsqu'un élève l'utilise de manière mécanique, sans lien avec le procédé du carré complété, il est davantage exposé aux erreurs de signe, aux oublis de termes et à une compréhension partielle du rôle du discriminant. La fonction du second degré associée est

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

et sa forme canonique est

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

avec

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = f\left(-\frac{b}{2a}\right).$$

Proposition 2. Toute fonction quadratique

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

peut s'écrire sous la forme

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta.$$

Démonstration. On part de

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right).$$

On complète le carré :

$$x^2 + \frac{b}{a}x = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}.$$

Ainsi,

$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right].$$

puis

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c.$$

On obtient donc

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

Avec

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \quad \beta = \frac{4ac - b^2}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right).$$

□

Le sommet de la parabole est donc

$$S = \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right),$$

et son axe de symétrie est :

$$x = -\frac{b}{2a}$$

L'étude du signe dépend à la fois du signe du coefficient a et de l'existence éventuelle de racines réelles. Cette articulation entre racines, sommet, orientation de la parabole et signe de la fonction constitue précisément l'un des nœuds de difficulté les plus fréquents chez les élèves. Prenons l'exemple :

$$f(x) = x^2 - 4x + 3.$$

On a

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = 3.$$

Le discriminant vaut

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4.$$

Les racines sont alors

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 3.$$

Le sommet est obtenu à partir de la formule

et son axe de symétrie est :

$$x_s = -\frac{b}{2a}$$

$$x_s = -\frac{-4}{2} = 2,$$

et

$$y_s = f(2) = 4 - 8 + 3 = -1.$$

On obtient donc

$$S(2, -1).$$

La forme canonique s'écrit

$$f(x) = (x - 2)^2 - 1.$$

Comme $a > 0$, la parabole est tournée vers le haut. La fonction est négative entre 1 et 3, nulle en 1 et 3, et positive ailleurs. Cet exemple montre bien que l'étude du second degré exige une cohérence entre calcul, interprétation et représentation. C'est justement cette cohérence que les élèves peinent souvent à construire.

1. Représentation graphique des fonctions du second degré

L'étude des fonctions du second degré ne peut être complète sans une attention particulière à leur représentation graphique. En effet, la courbe représentative d'une fonction quadratique est une parabole, et cette parabole permet de visualiser plusieurs propriétés déjà obtenues par le calcul. Le signe du coefficient a indique l'orientation de la parabole, les racines correspondent aux éventuels points d'intersection avec l'axe des abscisses, tandis que le sommet donne une information essentielle sur le minimum ou le maximum de la fonction.

Dans l'enseignement, la représentation graphique joue un rôle majeur, car elle permet de passer du registre algébrique au registre visuel. Ce passage aide les élèves à mieux comprendre la relation entre une expression telle que

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

et le comportement global de la fonction. Il devient alors possible de montrer, de manière concrète, l'effet du coefficient a , la place du sommet, l'axe de symétrie ainsi que le signe de la fonction sur différents intervalles.

On considère par exemple la fonction

$$f(x) = x^2 - 4x + 3.$$

Nous avons déjà établi que son sommet est $S(2, -1)$, que ses racines sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 3$, et que sa forme canonique est

$$f(x) = (x - 2)^2 - 1.$$

Sa représentation graphique permet de visualiser immédiatement ces propriétés.

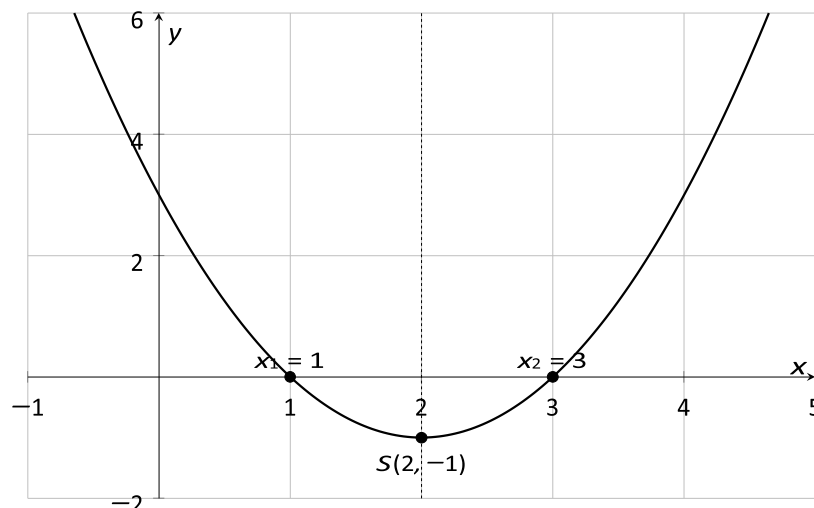


Figure 1 – Représentation graphique de la fonction $f(x) = x^2 - 4x + 3$

La figure ci-dessus rend visibles des propriétés qui, dans le calcul, peuvent apparaître comme dispersées. L'élève voit ici que la parabole coupe l'axe des abscisses en 1 et 3, que son sommet est situé en dessous de l'axe des abscisses et que l'axe de symétrie est la droite d'équation $x = 2$. Cette représentation peut ainsi servir d'appui pour interpréter le signe de la fonction : la courbe est en dessous de l'axe des abscisses entre les racines, et au-dessus à l'extérieur de cet intervalle. Pour mieux faire ressortir le rôle du coefficient a , il est également utile de comparer plusieurs paraboles.

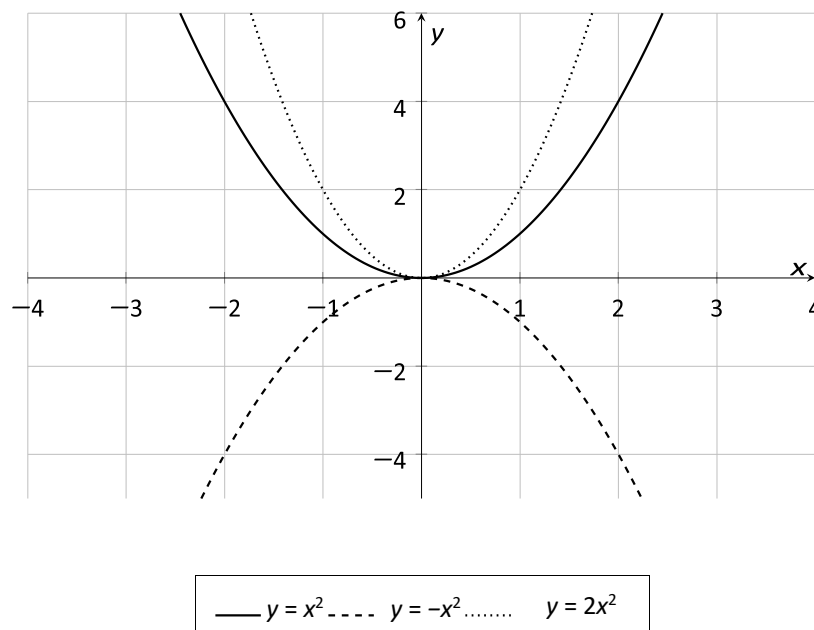


Figure 2 – Influence du coefficient a sur l'orientation et l'ouverture de la parabole

Ce deuxième graphique permet de faire apparaître deux idées fondamentales. Lorsque $a > 0$, la parabole est tournée vers le haut ; lorsque $a < 0$, elle est tournée vers le bas. En outre, plus la valeur absolue de a est grande, plus la parabole est resserrée. Ce type de comparaison est très utile pour l'enseignement, car il aide les élèves à relier les coefficients d'une fonction à l'allure de sa courbe.

2. Utilisation des notions du second degré dans la vie courante

Les notions du second degré interviennent dans plusieurs situations concrètes. Elles apparaissent notamment dans l'étude des trajectoires, dans certains problèmes d'optimisation économique, ainsi que dans des structures techniques ou architecturales de forme parabolique. Leur présence dans ces contextes permet de montrer que les équations du second degré et les fonctions quadratiques ne sont pas seulement des objets scolaires abstraits, mais aussi des outils de modélisation.

Dans le cas des trajectoires, une fonction quadratique peut représenter la hauteur d'un objet lancé. Le sommet de la parabole correspond alors à la hauteur maximale atteinte.

Exemple 1. Supposons que la trajectoire d'un ballon soit modélisée par

$$h(x) = -x^2 + 4x + 1.$$

En complétant le carré, on obtient

$$h(x) = -(x - 2)^2 + 5.$$

Le sommet est donc $S(2,5)$, ce qui signifie que la hauteur maximale du ballon est 5 unités.

Dans un contexte économique, une fonction quadratique peut modéliser un bénéfice ou un coût. Lorsque le coefficient du terme en x^2 est négatif, le sommet correspond à une valeur maximale; lorsqu'il est positif, il correspond à une valeur minimale.

Exemple 2. Soit

$$B(x) = -2x^2 + 8x + 3.$$

L'abscisse du sommet est

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2(-2)} = 2.$$

Le bénéfice est donc maximal pour $x = 2$.

Ces applications donnent du sens aux notions de racines, de sommet, de signe et d'orientation de la parabole. Elles renforcent ainsi l'intérêt pédagogique du second degré.

III. Méthodes

La présente recherche s'inscrit dans une approche méthodologique mixte, combinant les méthodes qualitatives et quantitatives avec une visée compréhensive, complétée par une organisation descriptive des données. Ce choix méthodologique se justifie par la nature du problème étudié. Il ne s'agit pas seulement de relever des erreurs ou d'en établir la fréquence, mais surtout de comprendre ce qu'elles révèlent des raisonnements des élèves, de leurs difficultés de compréhension et des conditions didactiques dans lesquelles elles apparaissent.

L'étude est conduite dans plusieurs écoles secondaires de la ville de Goma, auprès des élèves de 2^e scientifiques et des enseignants de mathématiques intervenant à ce niveau. Le choix de cette population se justifie par le fait que les notions du second degré occupent une place importante dans leur programme et constituent un passage décisif dans la formation mathématique de l'élève. À ce niveau, les apprenants doivent non seulement résoudre des équations, mais aussi étudier des fonctions, interpréter des résultats et relier différentes représentations mathématiques.

Sur le plan méthodologique, la recherche combine plusieurs techniques de collecte afin d'assurer une lecture aussi riche que possible du phénomène étudié. La première source de données est constituée par les copies des élèves issues d'un test diagnostique. Ces copies permettent d'observer directement les productions écrites des apprenants, les procédures qu'ils mobilisent, les étapes de calcul qu'ils choisissent, les erreurs qu'ils commettent et les points précis où leur raisonnement se désorganise. L'analyse des copies est particulièrement importante, car elle donne accès aux traces concrètes de l'activité mathématique de l'élève.

La deuxième source des données repose sur des entretiens semi-directifs menés auprès des élèves et des enseignants. Les entretiens avec les élèves permettent de recueillir leur perception des notions du second degré, les difficultés qu'ils pensent rencontrer, leur manière de comprendre les formules utilisées et leur rapport aux représentations graphiques. Les entretiens avec les enseignants visent à faire apparaître les difficultés

qu'ils observent le plus souvent, les obstacles récurrents chez les élèves, ainsi que les stratégies pédagogiques mises en place pour tenter de les surmonter. Le caractère semi-directif de ces entretiens présente un avantage important : il garantit une certaine cohérence entre les réponses tout en laissant à chaque participant la possibilité de développer son point de vue.

La troisième source des données est l'observation de classe. Elle permet de replacer les erreurs des élèves dans le contexte réel de l'enseignement-apprentissage. En effet, une erreur observée dans une copie ne peut pas toujours être correctement interprétée si l'on ne tient pas compte de la manière dont la notion a été introduite, des exemples donnés, du langage de l'enseignant, des interactions dans la classe et des difficultés apparues pendant la leçon. L'observation apporte donc une dimension contextuelle essentielle.

La quatrième source des données est le journal de terrain. Cet outil permet de consigner de manière continue les faits marquants relevés pendant la recherche : attitudes des élèves, réactions face aux exercices proposés, formes d'hésitation, erreurs répétitives, commentaires des enseignants et impressions du chercheur. Le journal de terrain joue un rôle complémentaire, car il permet de conserver des éléments qui n'apparaissent pas toujours dans les copies ou dans les entretiens.

Pour rendre l'analyse plus rigoureuse, les erreurs sont classées selon une classification en quatre catégories. Les erreurs procédurales concernent les fautes d'exécution dans les calculs ou dans l'application des étapes de résolution. Il peut s'agir, par exemple, d'un mauvais calcul du discriminant, d'un oubli du terme $2a$ au dénominateur, ou d'une mauvaise gestion des signes. Les erreurs conceptuelles renvoient à une compréhension insuffisante du sens mathématique des notions. Elles apparaissent lorsqu'un élève applique une formule sans comprendre son rôle, ou lorsqu'il confond la nature des racines et la signification du discriminant. Les erreurs sémiotiques concernent les difficultés liées au passage entre plusieurs registres de représentation, notamment entre l'écriture algébrique et la représentation graphique. Enfin, les erreurs d'interprétation correspondent à l'incapacité de donner un sens au résultat obtenu, en particulier dans une situation contextualisée.

L'analyse des données repose sur une double logique. D'un côté, une logique descriptive permet de relever, d'organiser et de synthétiser les erreurs observées à travers des tableaux et des diagrammes. De l'autre, une logique interprétative permet de relier ces

erreurs à des obstacles d'apprentissage plus profonds. Cette articulation entre description et interprétation est essentielle, car une simple fréquence d'erreur ne suffit pas à expliquer pourquoi les élèves se trompent. Il est nécessaire de lire les erreurs comme les indices d'un raisonnement partiel, d'une compréhension inachevée ou d'un passage difficile entre plusieurs formes de savoir.

Précision méthodologique. Les données quantitatives présentées dans cette étude résultent du traitement des productions écrites des élèves, complétées par les informations issues des entretiens, des observations de classe et du journal de terrain. Les tableaux et diagrammes ont été construits dans le but de synthétiser les tendances observées et de faciliter l'interprétation des erreurs les plus significatives.

Enfin, la rigueur de la démarche repose sur le croisement des sources et sur la cohérence entre les objectifs de la recherche, les outils mobilisés et le mode d'analyse adopté. L'étude ne cherche pas à produire une mesure statistique généralisable à l'ensemble des élèves du secondaire, mais à proposer une compréhension fine, située et didactiquement pertinente des erreurs commises dans l'apprentissage du second degré par les élèves de 2^e scientifiques à Goma.

IV. Résultats

Les résultats présentés dans cette section proviennent de l'analyse de productions des élèves de 2^e Scientifique issus de plusieurs écoles secondaires de la ville de Goma. Leur présentation suit une progression logique. Elle commence par une vue d'ensemble de la population étudiée, puis met en évidence les principales erreurs observées dans la résolution des équations du second degré et dans l'étude des fonctions quadratiques. Enfin, elle intègre les perceptions des élèves et des enseignants afin d'enrichir l'interprétation didactique des constats empiriques.

L'objectif de cette présentation n'est pas seulement de décrire la fréquence des erreurs, mais aussi de montrer leur portée mathématique et pédagogique. En effet, certaines erreurs relèvent d'une difficulté purement procédurale, tandis que d'autres révèlent des obstacles conceptuels ou sémiotiques plus profonds. Les tableaux et graphiques qui suivent permettent ainsi d'ordonner les résultats et d'en dégager les tendances principales.

1. Répartition des élèves par établissement

La première étape consiste à présenter la répartition des élèves concernés par l'étude. L'effectif global considéré est de 170 élèves répartis entre plusieurs établissements secondaires de la ville de Goma.

Tableau 1 – Répartition des élèves par établissement

Établissement	Effectif	Pourcentage (%)
INSTIGO	24	14,1
Institut Mwanga	22	12,9
Lycée Amani	26	15,3
Institut Bakanja	25	14,7
Institut Maranatha	23	13,5
Institut Majengo	27	15,9
CS Mamamulezi	23	13,5
Total	170	100,0

Cette répartition montre un ensemble relativement équilibré, sans concentration excessive dans un seul établissement. Une telle configuration permet d'analyser des tendances générales tout en gardant la possibilité d'observer certaines nuances locales.

2. Fréquence des principales erreurs observées

Le tableau suivant présente les principales erreurs relevées dans les copies des élèves, en distinguant les difficultés relatives aux équations du second degré et celles qui concernent l'étude des fonctions quadratiques.

Tableau 2 – Fréquences des principales erreurs observées

Type d'erreur	Effectif	Pourcentage (%)
Erreur dans le calcul du discriminant	98	57,6
Erreur dans l'application de la formule générale	77	45,3
Confusion sur la nature des racines	60	35,3
Erreur dans la détermination du sommet	89	52,4
Erreur dans l'étude du signe de la fonction	75	44,1
Erreur dans le lien entre expression et graphique	104	61,2
Erreur d'interprétation contextuelle	56	32,9

Ces résultats montrent que les erreurs les plus fréquentes concernent le lien entre expression algébrique et représentation graphique, suivi du calcul du discriminant et de la détermination du sommet. Cela suggère que les difficultés des élèves ne se situent pas uniquement au niveau opératoire, mais aussi dans la coordination entre plusieurs registres de représentation et dans l'organisation globale des propriétés de la fonction quadratique.

3. Catégorisation synthétique des erreurs

Pour rendre l'analyse plus lisible, les erreurs détaillées peuvent être regroupées en quatre grandes catégories.

Tableau 3 – Répartition des erreurs par grande catégorie

Catégorie	Effectif	Pourcentage (%)
Erreurs procédurales	116	38,4
Erreurs conceptuelles	78	25,8
Erreurs sémiotiques	72	23,8
Erreurs interprétatives	36	11,9
Total des occurrences	302	100,0

Le total des occurrences d'erreurs dépasse l'effectif des élèves, car un même élève peut commettre plusieurs erreurs de nature différente dans une même copie. Cette situation est fréquente dans l'analyse didactique des productions scolaires et confirme que les difficultés rencontrées ne sont pas isolées, mais souvent interconnectées.

4. Répartition des erreurs par école

Le tableau suivant permet de visualiser la distribution des erreurs majeures selon les établissements.

Tableau 4 – Répartition des erreurs par établissement avec totaux

5. Test du khi-carré d'indépendance

Afin de déterminer si la répartition des différents types d'erreurs dépend de l'établissement scolaire, nous appliquons le test du khi-carré d'indépendance.

Hypothèses

Les hypothèses du test sont les suivantes :

□

□ H_0 : Le type d'erreur est indépendant de l'établissement

scolaire; □ H_1 : Le type d'erreur dépend de l'établissement scolaire.

Effectif total

Le nombre total d'observations est

$$N = 559.$$

Les effectifs théoriques sont calculés par

$$E_{ij} = \frac{(\text{Total ligne}_i)(\text{Total colonne}_j)}{N}.$$

Type d'erreur	INSTIGO	Mwanga	Amani	Bakanja	Maranatha	Majengo	Mamamule
Discriminant	14	13	15	14	13	16	13
Formule générale	11	10	12	11	10	13	10
Nature des racines	8	7	10	9	8	10	8
Sommet	12	11	14	13	12	15	12
Signe de la fonction	10	9	12	11	10	13	10
Expression– graphique	15	13	16	15	14	17	14
Interprétation contextuelle	8	7	9	8	7	10	7
Total	78	70	88	81	74	94	74

Par exemple, pour l'erreur *Discriminant* à l'école INSTIGO,

$$E_{11} = \frac{98 \times 78}{559} = 13.68.$$

Pour l'école Majengo,

$$E_{16} = \frac{98 \times 94}{559} = 16.48.$$

Les autres effectifs théoriques sont calculés suivant la même formule.

Statistique du test

La statistique du khi-carré est donnée par

$$\chi^2 = \sum (O_{ij} - E_{ij})^2$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}},$$

où

— O_{ij} désigne l'effectif observé;

— E_{ij} désigne l'effectif théorique.

Après calcul sur les 49 cellules du tableau de contingence, on obtient

$\chi^2 = 1.20.$

Degrés de liberté

Le nombre de degrés de liberté est

$$ddl = (7 - 1)(7 - 1) = 36.$$

Au seuil de signification

$$\alpha = 0.05,$$

la valeur critique est

$$\chi_{0.05;36}^2 = 50.998.$$

Décision

Comme

$$\chi_{calculé}^2 = 1.20 < 50.998 = \chi_{critique}^2,$$

nous ne rejetons pas l'hypothèse nulle H_0 .

Interprétation

Les résultats montrent qu'il n'existe pas de différence statistiquement significative entre les établissements concernant la répartition des erreurs commises par les élèves.

Autrement dit, les différents types d'erreurs observés apparaissent indépendants de l'établissement scolaire fréquenté. Les difficultés rencontrées par les élèves sont relativement homogènes dans les sept écoles étudiées.

Cette homogénéité suggère que les erreurs relèvent davantage d'obstacles didactiques et conceptuels communs que de spécificités propres à un établissement particulier. La structure du tableau fait apparaître une distribution relativement homogène des difficultés entre établissements, avec toutefois une intensité légèrement plus forte dans les écoles à effectif plus élevé. Cette homogénéité suggère que les difficultés liées au second degré ne relèvent pas d'un seul contexte local, mais traversent plusieurs établissements du terrain étudié.

6. Diagramme en barres des erreurs majeures

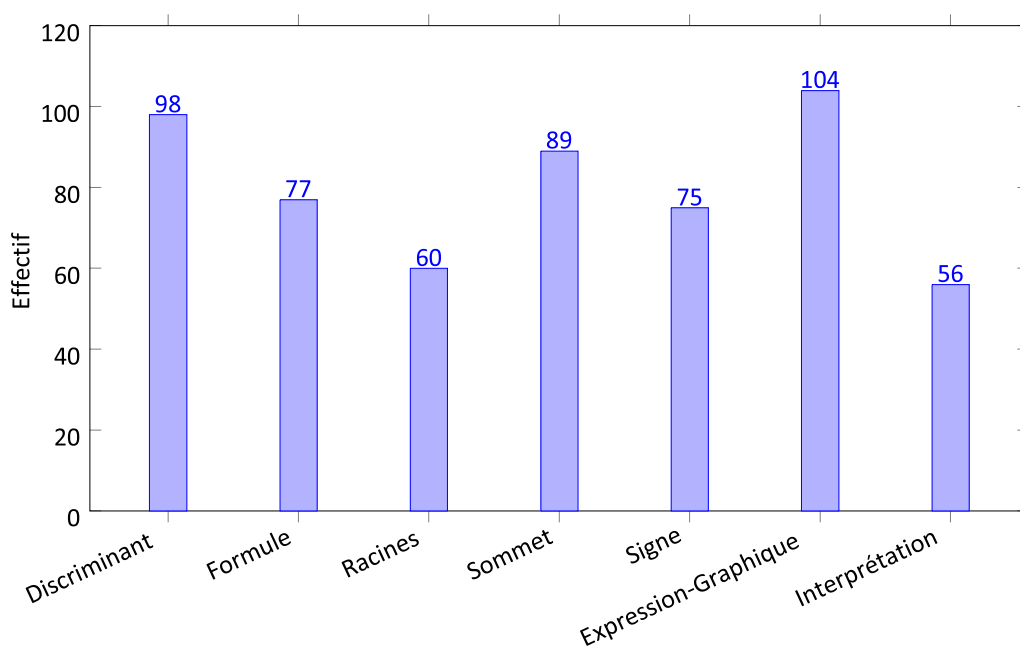


Figure 3 – Fréquences des principales erreurs observées

Ce diagramme montre clairement que la difficulté dominante porte sur le passage entre expression algébrique et graphique. Il confirme également le poids des erreurs sur le discriminant et sur le sommet, qui apparaissent comme deux nœuds structurants de l'apprentissage du second degré.

7. Diagramme circulaire des grandes catégories d'erreurs

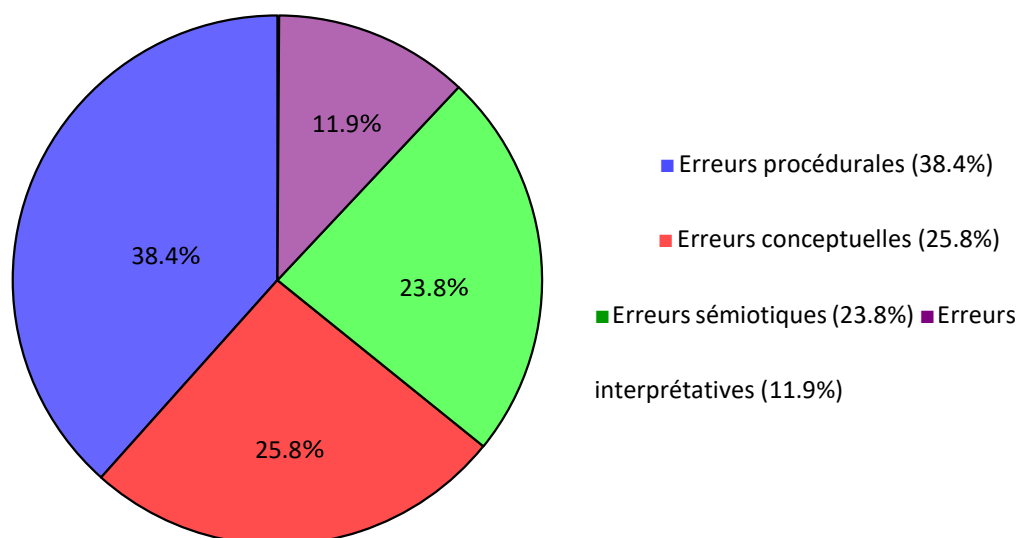


Figure 4 – Répartition globale des erreurs des élèves selon les quatre catégories principales.

La part élevée des erreurs procédurales est cohérente avec un apprentissage dans lequel les techniques sont encore fragiles. Cependant, l'importance des erreurs conceptuelles et sémiotiques rappelle que les difficultés ne se limitent pas à l'exécution. Elles concernent aussi le sens des objets mathématiques et la coordination des représentations.

8. Courbe des erreurs sur les équations du second degré

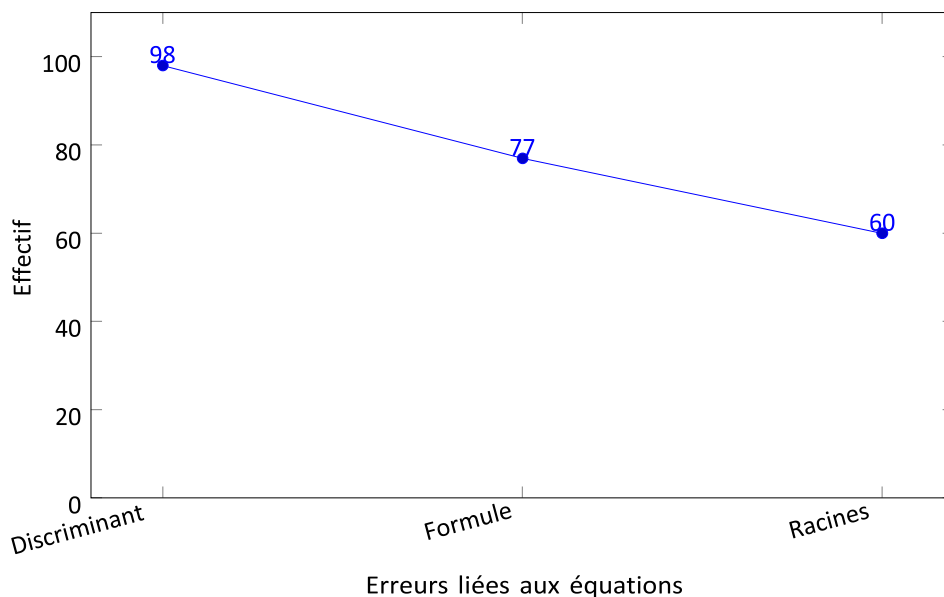


Figure 5 – Profil des erreurs dans la résolution des équations du second degré

La décroissance progressive observée entre le discriminant, la formule et la nature des racines est cohérente. En effet, l'erreur sur le discriminant intervient très tôt dans la chaîne de résolution; elle compromet ensuite l'usage correct de la formule, puis l'interprétation finale des racines.

9. Histogramme des erreurs sur les fonctions quadratiques

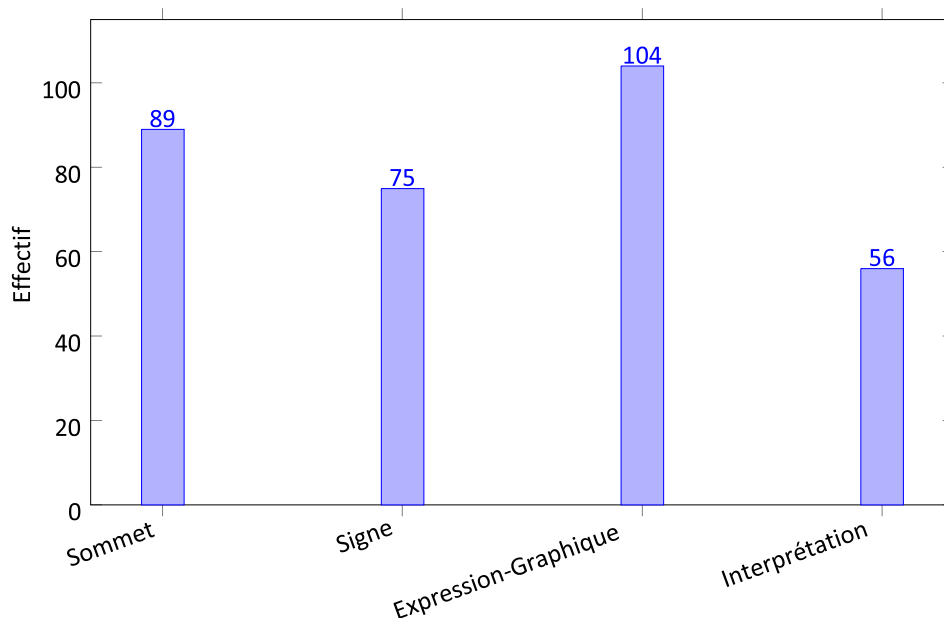
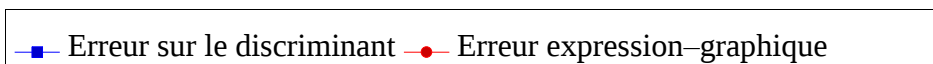


Figure 6 – Fréquences des erreurs dans l'étude des fonctions quadratiques

Ce diagramme met en évidence la prédominance des difficultés de conversion entre l'expression et la représentation graphique dans l'étude des fonctions quadratiques. Il montre également que la détermination du sommet reste une difficulté majeure, ce qui est mathématiquement plausible puisque cette notion articule la forme algébrique, la forme canonique et la lecture géométrique de la fonction quadratique.

10. Comparaison de deux erreurs structurantes selon les écoles

Figure 7 – Comparaison de deux erreurs structurantes selon les établissements



11. Analyse de variance (ANOVA à un facteur)

Afin d'examiner si les établissements scolaires présentent des différences significatives dans la répartition moyenne des erreurs, une analyse de variance (ANOVA) à un facteur a été réalisée. Dans cette analyse, les sept établissements constituent les groupes, tandis que les sept types d'erreurs représentent les observations de chaque groupe.

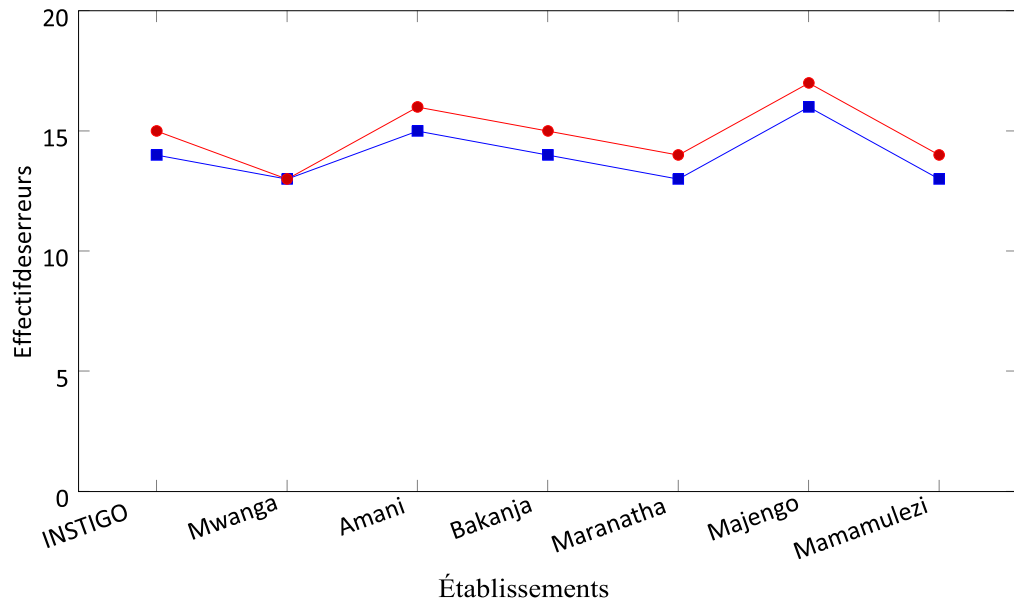
Hypothèses

Les hypothèses statistiques sont formulées comme suit :

□

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu_6 = \mu_7,$$

□ H_1 : Au moins une moyenne diffère des autres



Le nombre de groupes est

$$k = 7,$$

le nombre total d'observations est

$$N = 49.$$

Les degrés de liberté sont alors

$$ddl_{\text{entre}} = k - 1 = 6,$$

$$ddl_{\text{intra}} = N - k = 42,$$

et

$$ddl_{\text{total}} = N - 1 = 48.$$

Les sommes des carrés obtenues sont :

$$SC_{\text{entre}} = 49.27,$$

$$SC_{\text{intra}} = 202.86,$$

$$SC_{\text{total}} = 252.13.$$

Les carrés moyens sont calculés par

$$CM_{\text{entre}} = \frac{SC_{\text{entre}}}{ddl_{\text{entre}}} = \frac{49.27}{6} = 8.21,$$

$$CM_{\text{intra}} = \frac{SC_{\text{intra}}}{ddl_{\text{intra}}} = \frac{202.86}{42} = 4.83.$$

La statistique de Fisher est donnée par

$$F = \frac{CM_{\text{entre}}}{CM_{\text{intra}}} = \frac{8.21}{4.83} = 1.70.$$

Tableau 5 – Tableau d'analyse de variance (ANOVA à un facteur)

Source de variation	SC	ddl	CM	F
Entre établissements	49.27	6	8.21	1.70
À l'intérieur des groupes	202.86	42	4.83	
Total	252.13	48		

Au seuil de signification

$$\alpha = 0.05,$$

la valeur critique de la loi de Fisher est

$$F_{0.05}(6,42) = 2.32.$$

Comme

$$F_{\text{calculé}} = 1.70 < 2.32 = F_{\text{critique}},$$

L'hypothèse nulle n'est pas rejetée.

Interprétation

Les résultats montrent qu'il n'existe pas de différence statistiquement significative entre les sept établissements concernant le nombre moyen des différents types d'erreurs recensés. Les profils d'erreurs observés apparaissent relativement homogènes d'un établissement à l'autre.

Cette homogénéité suggère que les difficultés rencontrées par les élèves relèvent principalement d'obstacles didactiques et conceptuels communs plutôt que de spécificités propres à un établissement donné. Ce graphique comparatif met en évidence la stabilité relative de deux erreurs majeures à travers les établissements. Une telle stabilité renforce l'idée que les difficultés observées sont structurelles et non accidentelles.

12. Profil synthétique des erreurs majeures

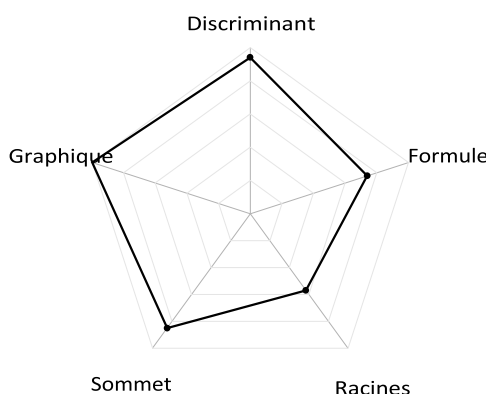


Figure 8 – Profil synthétique des erreurs majeures

Ce profil synthétique permet de visualiser rapidement les pôles de difficulté dominants. Il montre que la difficulté liée au graphique atteint ici un niveau maximal, suivie de près par l'erreur sur le discriminant et par la détermination du sommet.

13. Perceptions des élèves et des enseignants

Les entretiens permettent de dégager quelques tendances fortes. Du côté des élèves, plusieurs déclarent que le second degré est difficile, compliqué ou abstrait, surtout lorsque les calculs deviennent longs ou lorsque le graphique doit être interprété. Du côté des enseignants, les difficultés des élèves sont souvent attribuées à des prérequis fragiles, à une mémorisation mécanique des formules et à une difficulté persistante à donner du sens aux résultats.

Tableau 6 – Synthèse des perceptions des élèves et des enseignants

Perceptions des élèves	Perceptions des enseignants
Le second degré paraît difficile et abstrait.	Les élèves mémorisent souvent les formules sans les comprendre.
Les calculs sont jugés longs et complexes.	Les prérequis algébriques sont insuffisamment stabilisés.
Le graphique de la parabole est une source de confusion.	Le passage entre écriture algébrique et graphique pose problème.
Les situations concrètes ne sont pas toujours bien interprétées.	Les élèves ont du mal à donner du sens aux solutions obtenues.

14. Interprétation des résultats

L'ensemble des résultats permet de dégager plusieurs constats. D'abord, les erreurs les plus visibles sont d'ordre procédural, ce qui est fréquent dans un contenu où la manipulation algébrique est importante. Toutefois, la lecture détaillée montre que cette dimension procédurale ne suffit pas à expliquer toutes les difficultés. Le poids élevé des erreurs sur le lien entre expression et graphique, sur le sommet et sur la nature des racines montre que les élèves peinent aussi à organiser les propriétés du second degré dans un système cohérent. Ensuite, la fréquence très forte des erreurs sur le discriminant est mathématiquement plausible. Le discriminant est un objet de synthèse : il mobilise le calcul littéral, les signes, les priorités opératoires et l'interprétation. Une erreur à ce niveau perturbe toute la résolution. De même, la difficulté élevée sur le graphique est didactiquement cohérente, car la représentation de la parabole exige un passage entre plusieurs formes d'écriture et plusieurs points de vue mathématiques. Enfin, les erreurs d'interprétation apparaissent avec une fréquence plus faible que les erreurs procédurales ou sémiotiques, mais elles restent significatives. Cela signifie que de nombreux élèves rencontrent déjà des difficultés dans le traitement formel avant même d'atteindre le niveau d'interprétation contextuelle. Cependant, lorsqu'ils accèdent à ce niveau, ils éprouvent encore des difficultés à attribuer un sens au résultat trouvé.

V. Discussion

Les résultats présentés dans les différents tableaux montrent que les erreurs commises par les élèves sont relativement homogènes d'un établissement à l'autre, comme l'indiquent les fréquences observées ainsi que les analyses statistiques réalisées. La répartition des

erreurs met en évidence une prédominance des erreurs procédurales, suivies des erreurs conceptuelles, sémiotiques et interprétatives. Cette homogénéité suggère que les difficultés rencontrées relèvent davantage d'obstacles communs dans l'apprentissage des équations et des fonctions du second degré que de spécificités propres à un établissement donné. Les fréquences élevées des erreurs relatives au discriminant, à la formule générale et à la détermination de la nature des racines rejoignent les conclusions de (Gustafsson, M. 2026), selon lesquelles les élèves appliquent souvent des procédures mémorisées sans en maîtriser pleinement la signification mathématique. Les tableaux analysés montrent que ces erreurs constituent une part importante des difficultés rencontrées par les apprenants. Les résultats concernant les fonctions quadratiques confirment également les observations de (Ulpindo, A. M., 2025) et de (Hord, C., 2025). Les erreurs liées à la détermination du sommet de la parabole, à l'étude du signe de la fonction ainsi qu'à l'interprétation graphique traduisent une compréhension insuffisante des relations entre les différentes représentations d'une fonction quadratique. Les élèves éprouvent encore des difficultés à articuler les écritures algébriques, les propriétés géométriques de la parabole et leur interprétation mathématique.

Les erreurs sémiotiques observées dans les tableaux corroborent également les travaux de (Ayeh, I. G, 2025), qui montrent que le passage entre le registre algébrique et le registre graphique constitue l'un des principaux obstacles dans l'apprentissage des fonctions du second degré. Les élèves rencontrent des difficultés aussi bien dans la lecture d'une courbe que dans la représentation graphique d'une expression algébrique. Par ailleurs, les résultats du test du khi-carré et de l'analyse de variance (ANOVA à un facteur) montrent qu'aucune différence statistiquement significative n'existe entre les établissements étudiés. Cette convergence indique que les erreurs observées sont largement communes aux différentes écoles de la ville de Goma et traduisent des difficultés d'apprentissage généralisées plutôt que des particularités propres à chaque établissement.

Dans une perspective didactique, ces résultats montrent que l'erreur ne doit pas être considérée comme une simple faute de calcul, mais comme un indicateur des conceptions et des raisonnements mobilisés par les élèves. Une pédagogie davantage centrée sur la compréhension du discriminant, la coordination entre les différentes formes d'une fonction quadratique, l'utilisation de représentations multiples et la justification des démarches mathématiques permettrait de réduire les difficultés les plus fréquemment observées.

Enfin, cette étude demeure limitée au contexte des écoles secondaires de la ville de Goma. Des recherches futures pourraient étendre cette analyse à d'autres provinces de la République Démocratique du Congo et expérimenter des dispositifs pédagogiques visant à améliorer l'enseignement des équations et des fonctions du second degré.

Conclusion

Le présent article a permis d'analyser les erreurs commises par les élèves de 2^e scientifiques dans la résolution des équations et dans l'étude des fonctions du second degré dans les écoles secondaires de Goma. En articulant les fondements mathématiques du second degré, la présentation structurée des résultats et leur interprétation didactique, il met en évidence que les difficultés observées ne relèvent pas uniquement d'un défaut de calcul, mais d'obstacles plus profonds touchant à la compréhension des notions, à la coordination des représentations et à l'interprétation des résultats.

Les résultats présentés mettent en évidence la prédominance des erreurs procédurales, tout en montrant que ces erreurs s'enracinent souvent dans des difficultés conceptuelles, sémiotiques et interprétatives. Les élèves ne rencontrent pas seulement un problème de calcul; ils peinent aussi à comprendre le rôle du discriminant, à relier les racines à la courbe, à déterminer le sommet de manière cohérente, à lire le signe de la fonction et à donner du sens aux résultats obtenus. En ce sens, l'analyse des erreurs révèle la complexité de l'apprentissage du second degré.

La confrontation avec la littérature récente fait apparaître des convergences fortes avec les recherches déjà menées sur les équations quadratiques et les fonctions. Elle suggère aussi que certaines spécificités du contexte scolaire local peuvent moduler l'intensité ou la configuration des difficultés observées. L'apport principal de l'étude réside donc dans cette double perspective : replacer les constats du terrain de Goma dans un cadre scientifique plus large, tout en conservant l'attention nécessaire aux réalités locales.

L'insertion des graphiques des fonctions du second degré et des usages dans la vie courante renforce encore cette cohérence. Elle montre que la compréhension du second degré ne se limite ni à l'application de formules ni à la lecture de tableaux de signes, mais qu'elle repose sur une articulation entre démonstration, visualisation et contextualisation. Cette recherche ouvre enfin des perspectives pour la suite. Elle invite à développer des dispositifs de remédiation centrés sur le sens des procédures, sur les représentations

multiples et sur l'analyse des raisonnements des élèves. Elle suggère aussi l'intérêt de travaux ultérieurs portant sur l'effet des pratiques pédagogiques, sur la formation des enseignants et sur la conception de situations d'apprentissage mieux adaptées aux obstacles identifiés.

Références bibliographiques

Gustafsson, M. Empirical findings on the teaching and learning of quadratic equations : a systematic review. *Educational Studies in Mathematics*, 2026.

Ulpindo, A. M. Proficiency Level of Grade 9 Students on Quadratic Functions. 2025.

Hord, C. Supporting Struggling Learners With Quadratic Functions. 2025.

Ayeh, I. G. Students' mathematics conceptual challenges : Exploring students' thinking, understanding, and misconceptions in functions and graphs. 2025.

Naeem, M., Ozuem, W., Howell, K. E. et Ranfagni, S. A Step-by-Step Process of Thematic Analysis to Develop a Conceptual Model in Qualitative Research. *International Journal of Qualitative Methods*, 22, 2023.

Creswell, J. W. et Guetterman, T. *Educational Research : Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. 7^e édition, Pearson, 2024.

UNESCO, ADEA et Union Africaine. *Spotlight Report on Basic Education Completion and Foundational Learning in Africa : Learning Counts*. Paris, 2024.

World Bank. *Democratic Republic of Congo – Quality and Relevance of Secondary and Tertiary Education Project : Implementation Completion and Results Report*. Washington, DC, 2025.